41. Berechnen Sie die Integrale

$$(a)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x^2+1}{(x^2+4x+5)(x^2-6x+13)}\,dx,$$
$$(b)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{ixt}}{(x^2+2x+5)^2}\,dx,$$
$$(c)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x}{(x^2-2x+2)^2}\,dx$$

mittels Residuenrechnung.

42. Berechnen Sie die Integrale

$$(a)\int_{0}^{2\pi}\frac{3+4\cos x}{5+3\sin x}\,dx,$$
$$(b)\int_{-\pi}^{\pi}\frac{1}{(13+5\cos x)^2}\,dx,$$
$$(c)\int_{0}^{2\pi}\cos(x)^5\cos(5x)\,dx$$

mittels Residuenrechnung.

43. Zeigen Sie, daß alle Nullstellen des Polynoms

$$z^{39}-3z^{25}+8z^{17}-19z^{10}-4z^4+2$$

Betrag < 2 haben. Wieviele Nullstellen liegen innerhalb des Einheitskreises?

44. Benützen Sie

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2}\,dx=\frac{1}{2}\sqrt{\pi},$$

um die Integrale

$$\int_0^{\infty}\cos(x^2)\,dx \quad \text{und} \quad \int_0^{\infty}\sin(x^2)\,dx$$

zu berechnen. (Hinweis: integrieren Sie $\exp(-z^2)$ über den Integrationsweg $z=t$, $t\in[0,R]$, $z=Re^{it}$, $t\in[0,\frac{\pi}{4}]$, $z=te^{\pi i/4}$, $t\in[0,R]$ und führen Sie den Grenzübergang $R\to\infty$ aus.)