

37. Bestimmen Sie die Singularitäten der folgenden Funktionen und deren Typ

$$(a) f(z) = \frac{\cos(z)}{\cosh(z)^2}, \quad (b) f(z) = \frac{z^3}{(e^z - 1)^2}, \quad (c) f(z) = \frac{e^z}{z^3}.$$

38. Bestimmen Sie die zu

$$u(x, y) = e^{-y} ((x^2 - (y + 1)^2) \cos(x) - 2x(y + 1) \sin(x))$$

konjugiert harmonische Funktion, sowie eine holomorphe Funktion f , für die

$$\Re(f(x + iy)) = u(x, y)$$

gilt.

39. Bestimmen Sie die Lösung der Potentialgleichung

$$\Delta u = 0, \quad u(\cos(t), \sin(t)) = \pi^2 - t^2 \quad \text{für } -\pi \leq t \leq \pi$$

auf dem Inneren des Einheitskreises.

40. Im Einheitskreis sei

$$u(r \cos(\phi), r \sin(\phi)) = \sum_{n=1}^{\infty} r^n (a_n \cos(n\phi) + b_n \sin(n\phi))$$

gegeben. Geben Sie eine Darstellung der zu u konjugiert harmonischen Funktion v an.