1. Stellen Sie $w = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ in Polarkoordinaten dar.

2. Untersuchen Sie, ob die Gleichungen

$$\begin{aligned} ze^x - ye^z &= 0 \\ ye^x + e^z &= 1 \end{aligned}$$

   nach in einer Umgebung von $(0,0,0)$ nach y und z aufgelöst werden können. Bestimmen Sie die Ableitungen $y'(0)$ und $z'(0)$.

3. Bestimmen Sie die Extremwerte der Funktion $f(x,y,z) = z$ unter den Nebenbedingungen $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 8z = 0$ und $x + y + z = 0$. Wie sieht die durch die Nebenbedingungen beschriebene Teilmenge des $\mathbb{R}^3$ aus?

4. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale (Hinweis: $\sin(x)^2 + \cos(x)^2 = 1$ und partielle Integration):

   (a) $\displaystyle\int_0^\pi \sin(x)^3\,dx$

   (b) $\displaystyle\int_0^\pi \sin(x)^3 \cos(x)^7\,dx$

   (c) $\displaystyle\int_0^\pi \sin(x)^4\,dx.$

5. Berechnen Sie die Summen

   (a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \cos(2k-1)x$

   (b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \sin(2k-1)x,$

   indem Sie die Formel $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ verwenden.